



# Modélisation macroscopique du flux de trafic basé sur l'estimation paramétrique des modèles bond graphs

Hassane Abouaïssa, Cédric Join

## ► To cite this version:

Hassane Abouaïssa, Cédric Join. Modélisation macroscopique du flux de trafic basé sur l'estimation paramétrique des modèles bond graphs. 7ème Conférence Internationale de Modélisation, Optimisation et Simulation des Systèmes, MOSIM 08, Mar 2008, Paris, France. inria-00250900

**HAL Id: inria-00250900**

**<https://inria.hal.science/inria-00250900>**

Submitted on 12 Feb 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## MODÉLISATION MACROSCOPIQUE DU FLUX DE TRAFIC BASÉE SUR L'ESTIMATION PARAMÉTRIQUE DES MODÈLES BOND GRAPH

H. ABOUAÏSSA, C. JOIN\*

Laboratoire de Génie Informatique et d'Automatique de l'Artois

LGI2A E.A. 3926

Université d'Artois, Technoparc Futura

62400 Béthune, France

\* INRIA - ALIEN & CRAN (CNRS, UMR 7039)

Université Henri Poincaré (Nancy I), BP 239

54506 Vandœuvre-lès-Nancy, France

hassane.abouaissa@univ-artois.fr ; cedric.join@cran.uhp-nancy.fr

**RÉSUMÉ :** *Le flux de trafic est un phénomène complexe dont le comportement dynamique, par ailleurs bien compris, est généralement mal défini. En effet, la seule loi physique exacte dans ce domaine est celle relative à l'équation de conservation du flux. Les autres lois et modèles reflètent des idéalizations et des approximations empiriques. Nous développons dans cet article une démarche méthodologique pour la modélisation macroscopique du trafic. L'approche exploite la puissance des Bond Graphs (BG) pour décrire les phénomènes de base qui régissent le trafic. L'intérêt majeur est la description d'un tel système à l'aide d'un langage graphique unifié permettant de déduire systématiquement les modèles mathématiques. Par ailleurs, afin de prendre en compte les incertitudes et les variations des paramètres, la démarche est enrichie à l'aide des nouvelles techniques algébriques permettant leur estimation en temps réel. Les résultats de simulation montrent la pertinence de l'approche proposée et laissent entrevoir des perspectives intéressantes dans les domaines de la modélisation, de l'identification, de la surveillance et de la commande du trafic.*

**MOTS-CLÉS :** *Bond Graph, Trafic routier, modélisation macroscopique, estimation paramétrique, méthodes algébriques.*

### 1. INTRODUCTION

Les systèmes de transport ont toujours joué un rôle primordial dans le développement des pays et des sociétés. Cependant, ce n'est qu'à partir de la seconde moitié du siècle dernier qu'ils sont devenus source de problèmes socio-économiques cruciaux (Papageorgiou 1998). En effet, à cause de l'augmentation croissante des besoins en déplacement des biens et des personnes, le nombre de véhicules a aussi augmenté donnant lieu à l'apparition de plus en plus fréquente des congestions qui engendrent des coûts directs et indirects exorbitants. Devant le manque d'espace et les gros investissements qu'elle nécessite, la construction de nouvelles infrastructures ne peut plus être la réponse adéquate à ce type de problèmes. La seule solution viable, à court et à moyen terme consiste à optimiser l'utilisation des infrastructures existantes en mettant en place des

techniques de gestion dynamique du flux de trafic<sup>1</sup>. Néanmoins, la conception et la mise en œuvre de ces techniques imposent de disposer de modèles de description permettant de comprendre et de décrire les phénomènes qui régissent le trafic. C'est dans cette optique que la théorie du trafic a conduit au développement d'une multitude de modèles. Selon le niveau de détail, on distingue généralement, les modèles microscopiques, mésoscopiques et macroscopiques. Les modèles microscopiques s'intéressent à la description du véhicule individuel ainsi que ses interactions avec son environnement<sup>2</sup>. Les modèles

<sup>1</sup>La gestion dynamique englobe en autres les actions de surveillance et de commande du trafic. Nos travaux se situent principalement dans le contexte de la commande du trafic autoroutier (voir e.g. (?) (Abouaissa et al. 2006))

<sup>2</sup>Les modèles de particules (Nagel & Schreckenberg 1992), (Nagel 1996), les modèles de poursuite (car following models) (Ben Akiva 1994), ..., sont des exemples typiques de modèles

mésoscopiques se focalisent sur le mouvement d'un paquet de véhicules caractérisé par les mêmes propriétés<sup>3</sup>. Enfin, les modèles macroscopiques, inspirés de la théorie des fluides, ignorent le comportement individuel des véhicules et cherchent plutôt à décrire le comportement d'un ensemble de véhicules, appelé flux de trafic, à l'aide de variables moyennes (densité, vitesse et débit) (Lighthill & Whitham 1955), (Richards 1956), (Payne 1971), (Rascle 2002), (Zhang 2002).

L'objectif principal de chaque classe de modèles est de traduire en langage mathématique les observations, les phénomènes et les hypothèses concernant l'évolution dynamique du trafic. En effet, les modèles sont constitués d'équations qui représentent des lois physiques (de conservation, de quantité de mouvement, ...) ou des lois d'état et des données issues d'observations ou de mesures expérimentales, ou de simples évaluations prospectives proposées a priori. Plus la description est fine, plus le modèle devient complexe et plus sa résolution à des fins de conception de lois de commande devient aussi plus délicate.

Néanmoins, bien que la théorie du trafic a vu le jour depuis plusieurs décennies, elle reste un problème ouvert. Les problèmes d'échelle, la variabilité du flux de trafic (hétérogénéité du trafic, comportement des conducteurs, conditions atmosphériques, ...) ainsi que sa complexité due principalement aux interactions mutuelles entre différents phénomènes (interactions entre dynamiques continue et discrète, déterministe et aléatoire, ...) constituent des challenges intéressants et laissent entrevoir des nombreuses perspectives de développement (Hmam et al. 2006), (Benmansour et al. 2007). Parmi celles-ci, une nouvelle classe de modèles a été introduite et dont l'objectif est de résoudre les problèmes d'échelle. Ces modèles dits "hybrides" cherchent à faire cohabiter deux classes de modèles différentes (par exemple, microscopique et macroscopique (Bourrel & Henn. 2002), (Bourrel & Lesort 2003), (El hnam et al. 2006)).

Notons que selon Papageorgiou (Papageorgiou 1998), il est peu probable que la théorie du trafic<sup>4</sup> soit arrivé à un niveau de description exacte, atteint par les autres domaines des sciences telles que la physique ou la thermodynamique par exemple. En

effet, la seule loi physique exacte dans ce domaine est celle relative à l'équation de conservation du flux. Les autres lois et modèles reflètent des idéalizations et des approximations empiriques.

C'est dans cette optique que nos travaux s'intéressent à l'apport des Bond Graphs (BG) dans le domaine de la modélisation macroscopique du trafic (Abouaïssa & Jolly 2003), (Iordanova et al. 2006b), (Iordanova et al. 2006a). Il s'agit en effet, d'étudier la complexité du flux de trafic d'un point de vue phénoménologique, en utilisant une approche structurée pour la modélisation, la simulation et la synthèse des lois de commande. Une telle approche est largement identifiée comme la plus apte à répondre aux exigences des systèmes complexes (Benmansour et al. 2007). De plus, elle offre un moyen formel pour prendre en compte les interactions et les notions de cause et d'effet et d'estimer les caractéristiques moyennes du trafic tels que le débit, la densité et la vitesse. Enfin, il existe plusieurs modèles de véhicules individuels élaborés à partir des BG, ce qui ouvre des perspectives intéressantes pour le développement de modèles hybrides (macroscopique et microscopique). Cependant, les éléments BG utilisés pour décrire les variables et les phénomènes sont mal définis et leurs valeurs sont obtenues à partir d'observations empiriques (Lozano et al. 2005). De plus, dû aux différents changements qui affectent le trafic (accidents, conditions atmosphériques, ...) ces paramètres sont sujets à des variations temporels<sup>5</sup>. Dans ce contexte, l'approche BG est enrichie par une technique algébrique récemment introduite par M. Fliess (Fliess 2006), (Fliess & Sira-Ramirez 2004) (Fliess & Sira-Ramirez 2003) pour l'estimation temps réel des paramètres. Outre leur simplicité, les estimateurs proposés présentent une excellente robustesse et ne nécessitent aucune intégration d'équation différentielle.

Après une brève présentation du modèle BG développé pour la modélisation macroscopique d'un segment autoroutier, la seconde section présente les expressions analytiques du flux de trafic, obtenues systématiquement à partir du modèle BG. La troisième section développe le cadre théorique de notre approche d'estimation paramétrique à l'aide d'un exemple académique élémentaire, et son application pour estimer les éléments BG du modèle de trafic. La pertinence de l'approche proposée est ensuite illustrée par un ensemble de simulations présenté dans la section 4. Enfin, la dernière section, permet de mettre l'accent sur les perspectives futures dans nos travaux.

microscopiques.

<sup>3</sup>Ce type de modèles est issu principalement de la théorie de la cinétique des gaz pour obtenir une équation d'évolution de type équation de Boltzmann pour la fonction de distribution statistique de la position et de la vitesse des véhicules sur une route (voir par exemple, (Helbing 1998)).

<sup>4</sup>Spécialement, il s'agit des modèles macroscopiques, qui sont les mieux adaptés pour les tâches de surveillance et de commande du trafic.

<sup>5</sup>L'identification de ces variations est primordiale dans le cadre de la surveillance et de la commande temps réel du trafic.

## 2. MODÉLISATION DU FLUX DE TRAFIC PAR BOND GRAPH

### 2.1. Principe de la modélisation par Bond Graph

Le formalisme BG, introduit par Paynter (Paynter 1961), est une approche phénoménologique, considérée comme une démarche structurée pour la modélisation, la simulation et le développement de la commande des systèmes complexes. L'intérêt majeur d'une telle approche est qu'elle permet de simplifier fortement les techniques d'analyses et de calculer les expressions formelles des lois de commande indépendamment du domaine étudié. C'est une approche récursive qui offre le moyen de retour sur le modèle, considéré comme un modèle de connaissances, pour affiner la compréhension des phénomènes physiques du système étudié (Thoma 1992), (Karnopp & Rosenberg 1991), (Borne et al. 1982).

Le principe des BG repose sur la caractérisation des phénomènes d'échange de puissance qui se produisent dans le système. Cette puissance est le produit de deux variables généralisées : l'effort  $e$  et le flux  $f$ . Schématiquement, ces deux variables sont représentées par un lien dont la demi-flèche indique le sens de transmission de la puissance (Figure 1). L'énergie

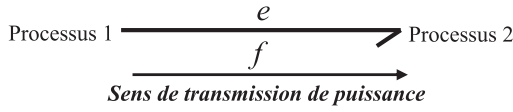


Figure 1: Représentation d'un lien

peut être représentée en terme d'effort stocké, appelé moment généralisé :  $p(t) = \int_0^t e(\tau) d\tau$ , ou de flux stocké :  $x(t) = \int_0^t f(\tau) d\tau$ . On parle dans ce cas de déplacement généralisé. Les éléments constitutifs qui stockent ces deux variables sont l'inductance  $I$  et la capacité  $C$ . Les processus irréversibles sont modélisés par l'éléments  $R$ . Le contexte du système (les interactions entre le système et son environnement) est généralement modélisé par des sources d'effort et de flux, notées respectivement  $Se$  et  $Sf$ . Enfin, les éléments BG échangent de l'énergie via des ports. Le lien entre les ports est appelé "jonction". Les jonctions permettent la connexion d'un nombre arbitraire de composants entre eux. Elles préservent la continuité de la puissance en respectant les formes généralisées des lois de courant et de tension de Kirchhoff, qui définissent les deux formes de jonctions, 0 et 1. La continuité de puissance à travers les jonctions est assurée par leurs équations constitutives. Les relations de jonction sont instantanées, i.e. elles n'introduisent pas d'effets temporels.

Deux types de jonctions, ou transformateurs de signaux,  $TF$  et  $GY$  complètent les neuf éléments de

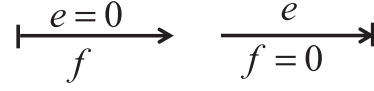


Figure 2: Représentation des détecteurs

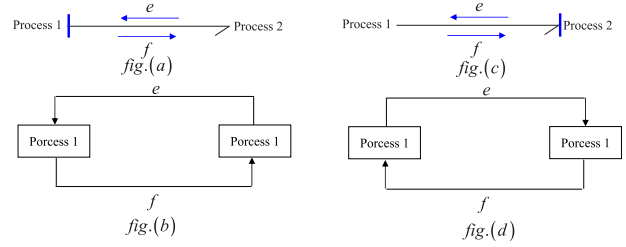


Figure 3: Principe de causalité

base des modèles BG.

L'élément transformateur  $TF$  établit le rapport entre l'effort, le flux d'entrée et le flux de sortie. Il peut être vu comme un transformateur d'impédance dans un même domaine physique. L'élément gyrateur  $GY$  opère de la même façon que l'élément transformateur en établissant la relation entre l'effort d'entrée et le flux de sortie ou entre le flux d'entrée et l'effort de sortie.

Enfin, des éléments additionnels des BG (détecteurs) recueillent les informations distribuées dans le système. Dans ce cas, les liens peuvent être juste des porteurs d'informations (variable de flux ou d'effort). Un tel lien représenté par une flèche est appelé "lien actif" et possède un seul signal. (Karnopp & Rosenberg 1991) (Figure 2).

Notons enfin, que la notion de causalité (schématisée par un trait perpendiculaire au lien de puissance) joue un rôle primordial pour déterminer les relations existantes entre les variables (indépendantes et dépendantes) (Figure 3). L'affectation des causalités obéit à un algorithme systématique (voir par exemple, (Borne et al. 1982), (Thoma 1992)).

### 2.3. Modèle BG du flux de trafic

Nous avons démontré dans nos travaux antérieurs (Iordanova et al. 2006a), (Abouaïssa & Jolly 2003), que si l'on considère le flux, non pas d'un point de vue massique, mais plutôt d'un point de vue volumique, l'approche par BG trouve tout son intérêt dans le domaine du trafic. Dans cette optique, une section autoroutière est divisée en un ensemble de tronçons. Par analogie avec la mécanique des fluides, chaque tronçon est assimilé à un volume de contrôle. Pour adapter cette représentation à la modélisation du trafic la plupart des auteurs négligent la hauteur du volume de contrôle, ne prenant en compte que la largeur de la chaussée et la longueur du tronçon considéré.

La description BG est fortement inspirée des similitudes avec la théorie hydrodynamique et les lois de la mécanique. Ainsi, les variables d'effort et de flux sont respectivement la pression de trafic  $p_e$  et le débit  $q_v$ <sup>6</sup>. Ainsi, on considère le volume de contrôle ci-dessous (Figure 4). Il représente une section de route avec une rampe d'accès qui délivre un débit  $r(t)$  dans la voie principale<sup>7</sup>. Le débit d'entrée mesuré à la station 0 est noté  $q_e(0, t)$ . L'élaboration du modèle BG

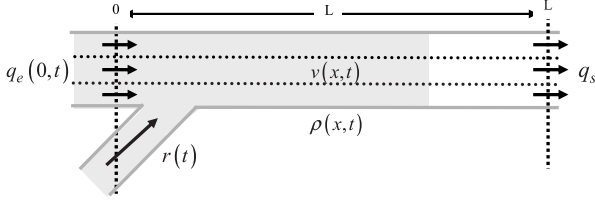


Figure 4: section simple avec une rampe d'accès

correspondant au volume de contrôle étudié, s'inspire fortement de la similitude avec un fluide en écoulement dans un conduit.

À l'entrée de la section droite du volume de contrôle, le flux de véhicules exerce une force (Helbing 1995), (Hughes 1998) (dite force sociale). Naturellement, cette force génère une pression  $p_e$  nécessaire pour propulser les véhicules le long de la route. En terme BG, la pression est une variable d'effort, délivrée par une source d'effort  $Se$  placée juste à l'entrée de la section droite du volume de contrôle.

Il est important de souligner que tout volume de contrôle est caractérisé par une capacité traduisant le nombre maximal de véhicules qu'il peut contenir. Par ailleurs, durant sa circulation, le flux est soumis à différentes variations de la densité. Ce phénomène traduit une accumulation de véhicules dans le volume de contrôle, matérialisée symboliquement par un débit  $q_k$ . Cette propriété est modélisée en terme BG par un élément  $C$  de capacité  $k$ . Supposons que :

$$k = \frac{\mu L}{\lambda}$$

où,  $\mu$  et  $\lambda$ , représentent respectivement, le nombre de voies et la longueur moyenne d'un véhicule. On peut ainsi remarquer que  $k$  exprime le nombre maximal de véhicules dans le volume de contrôle.

Durant son écoulement, le flux de trafic est soumis à diverses résistances matérialisées par l'élément BG  $R$ . Cet élément exprime les causes physiques qui

s'opposent à la circulation du flux de trafic. Il permet donc de modéliser l'apparition d'obstacles et d'incidents, de rétrécissement de la chaussée, etc. Cet élément peut aussi représenter les phénomènes psychologiques qui conduisent les conducteurs à modifier leurs vitesses en fonction des conditions de circulation. En résumé, la résistance traduit les trois phénomènes suivants (Lozano et al. 2005) :

- Les conducteurs tendent à rouler avec une vitesse maximale désirée. Lorsque cette vitesse est atteinte, ils n'accélèrent plus mais maintiennent simplement leur vitesse désirée.
- Elle peut correspondre à la résistance aérodynamique des véhicules
- Elle est liée aussi à la distance de sécurité. En effet, lorsque la densité du trafic augmente, la distance inter véhicules diminue. Les conducteurs décélèrent dans ce cas, afin de maintenir une distance de sécurité déterminée.

Par ailleurs, en raison de leur masse, les véhicules tendent à maintenir leur état de mouvement ou de vitesse. Ce phénomène est décrit en terme BG par l'élément  $I$ . Ce paramètre, est similaire à celui correspondant au comportement d'un fluide dans un conduit. Enfin, le débit de sortie du tronçon ainsi que le débit d'entrée de la rampe sont modélisés à l'aide d'une source de flux  $Sf$ .

Partant de ces considérations, le modèle BG correspondant au volume de contrôle étudié est obtenu par un simple assemblage des éléments de base (Figure 5).

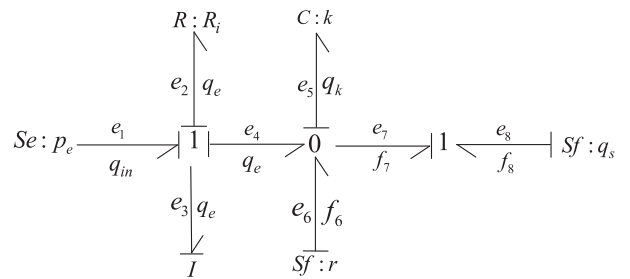


Figure 5: Modèle BG d'un tronçon de route avec une rampe d'accès

## 2.4. Modèle analytique

L'obtention de l'équation décrivant le comportement du flux est basée d'une part, sur la loi de conservation et d'autre part, sur les lois constitutives des éléments BG ainsi que les lois sur les jonctions (1 pour le flux commun et 0, pour l'effort commun).

<sup>6</sup>Le manque d'espace ne nous permet pas de détailler les procédures d'obtention du modèle BG d'une section. Pour plus d'information, le lecteur est invité à consulter les références suivantes (Iordanova 2006), (Iordanova et al. 2005)

<sup>7</sup>Généralement, le contrôle d'accès représente l'une des actions la plus efficace pour éliminer ou du moins minimiser les congestions (voir e.g. (Papageorgiou et al. 1991) (Papageorgiou & Kotsialos 2000)).



La loi de conservation du débit permet d'écrire la relation suivante :

$$q_e + q_k - q_s + r = 0$$

Avec  $q_k$ , le débit accumulé dans le volume de contrôle. Il correspond ainsi à la variation de la densité dans le temps  $\frac{\Delta \rho}{\Delta t}$ . :  $q_e + r - q_s$  correspond à  $\frac{\Delta q}{\Delta x}$ . L'expression si-dessus s'écrit donc :

$$\frac{\Delta \rho}{\Delta t} - \frac{\Delta q}{\Delta x} = 0$$

Sous la condition que les fonctions débit et densité du trafic soient dérivables, la relation de conservation ci-dessus, déduite systématiquement à partir du modèle BG est identique au modèle LWR (Lighthill & Whitham 1955), (Richards 1956). Ceci permet de justifier l'exactitude des hypothèses introduites et la pertinence de la modélisation BG dans le domaine du trafic. De plus, l'avantage majeur d'une telle représentation réside dans la possibilité de réécrire le modèle du trafic sous forme d'une représentation d'état. Une telle démarche se prête mieux à l'élaboration des lois de commande afin de réguler le flux du trafic en agissant sur le débit d'entrée à l'aide des panneaux à messages variables ou des feux de signalisation, etc. ou aussi proposer des lois de contrôle d'accès (Abouaissa et al. 2006).

En appliquant les règles de base qui régissent les BG (lois sur les jonctions et lois constitutives), on peut en déduire le modèle global de l'écoulement, écrit sous forme d'une représentation d'état.

#### 1. Lois sur les jonctions :

- Jonctions 1 : traduit dans le cas du trafic, une égalité des flux alors que la somme des efforts est égale à zéro. On en déduit ainsi que :

$$e_3 = e_1 - e_2 - e_4, e_7 = -e_8,$$

- Jonction 0 : dans ce cas, on a une égalité des efforts alors que la somme des flux est nulle :

$$f_5 = f_4 - f_7$$

#### 2. Lois constitutives : Les lois sur les éléments BG mis en jeu sont les suivantes :

$$\begin{cases} e_2 = \Phi_R(f_2) = \Phi_R(f_3) = \Phi_R(\Phi_I(x_1)); & \dot{x}_1 = e_3 \\ e_4 = e_5 = \Phi_C(x_2), & \dot{x}_2 = f_5 = q_k \end{cases}$$

A partir de ces relations, on peut facilement écrire que :

$$\dot{x}_1 = e_3 = Iq_e ; \quad q_e = f_3,$$

$$\dot{x}_2 = f_5 = k\dot{e}_5$$

Le vecteur d'état est donc :

$$x = \begin{pmatrix} q_e \\ e_5 \end{pmatrix}$$

On obtient ainsi le modèle sous forme d'équation d'état :

$$\begin{cases} \dot{q}_e = -\frac{R}{I}q_e - \frac{1}{I}e_5 + \frac{1}{I}e_1 \\ \dot{e}_5 = \frac{\lambda}{\mu L}(q_e - q_s + r); \quad k = \frac{\mu L}{\lambda} \end{cases} \quad (1)$$

Remarquons que la seconde expression de l'équation 1 est exactement l'équation de conservation. A partir de cette constatation on peut en déduire que l'effort  $e_5 = \frac{\lambda}{\mu}\rho$ .

Notons aussi que le vecteur d'entrée (de commande) est :

$$u = \begin{pmatrix} e_1 \\ r \end{pmatrix}$$

La variable  $r$  étant le débit d'entrée de la rampe, peut être contrôlé à l'aide des feux de signalisation. La variable  $e_1$  permet de contrôler le débit dans l'artère principale via les panneaux à message variable. Considérons la section droite (station 0 ( Figure 4)) d'un volume de contrôle<sup>8</sup>. Pour cette section, remarquons que le déplacement généralisé  $x$  s'écrit dans le cas du trafic :

$$x = \int_{t_0}^t q_v(\tau) d\tau = \mu \int_{t_0}^t v(\tau) d\tau = \mu N_v \quad (2)$$

sachant que le débit volumique  $q_v = \mu v$ .  $v$  étant la vitesse moyenne instantanée.

**Remarque 1 :** Le débit volumique (voir (Iordanova 2006)) est défini comme la vitesse avec laquelle se déplace une section droite du volume de contrôle.  $N_v$  représente l'espace inter-véhiculaire. La loi reliant l'effort généralisé et le déplacement ;  $e = \frac{1}{C_t}x$ , ainsi que l'équation (2) permettent d'en déduire que l'effort appliqué au flux de trafic au niveau d'une section transversale du volume de contrôle, dépend de l'espace inter-véhiculaire  $N_v$ .  $C_t$  est le stockage dans la section droite du volume de contrôle, directement relié au nombre de voies. Ainsi, grâce à la première expression de l'équation (1) nous pouvons prendre en compte les phénomènes de propagation de congestions en amont à l'aide de la variation des pressions au niveau des deux sections droites (stations 0 et  $L$ ).

Nous avons dans ce paragraphe proposé un modèle macroscopique issu du formalisme graphique des BG. Les équations décrivant le comportement dynamique du trafic sont déduites systématiquement du modèle

<sup>8</sup>Dans la pratique, cette section représente le point de séparation entre deux tronçons successifs.

BG. Cependant, dans ce modèle les paramètres  $R = R_i$  et  $I$  sont considérés comme inconnus<sup>9</sup>. Ceci nécessite leur estimation dans le temps. Dans cette optique, l'approche de la modélisation BG est enrichie par une technique algébrique récemment introduite par M. Fliess (Fliess 2006), (Fliess & Sira-Ramirez 2003) (M. Fliess & Sira-Ramirez 2004) pour l'estimation rapide des paramètres. Ce nouveau concept ne nécessite aucune intégration d'équation différentielle. Il permet d'éviter le recours aux techniques statistiques et asymptotiques. Enfin, il permet une implémentation facile en temps-réel. La section suivante, introduit brièvement les concepts de base de cette technique algébrique et son application pour l'estimation des paramètres  $R$  et  $I$ .

### 3. ESTIMATION PARAMÉTRIQUE

#### 3.1. Généralités

La technique d'estimation paramétrique proposée est réalisée à l'aide des nouveaux outils algébriques basés sur le calcul opérationnel, l'algèbre non commutative, l'algèbre différentielle ainsi que l'analyse non standard (voir, e.g.(Fliess 2006), (Fliess et al. 2004),(Fliess & Sira-Ramirez 2004) (Fliess & Sira-Ramirez 2007), (Fliess et al. 2008)). Le principe de cette méthode est illustré à l'aide de l'exemple élémentaire suivant.

On considère le système monovarié de premier ordre suivant:

$$\dot{y}(t) = Ky(t) + u(t); \quad \text{pour } t \geq 0 \quad (3)$$

$u(t)$  et  $y(t)$  représentent, respectivement les variables de commande et de sortie, la constante *gain*  $K$  est un paramètre inconnu.

Réécrivons l'équation ci-dessus sous la forme opérationnelle, ((Van der Pool & Bremmer 1955, Yosida 1984)) qui est souvent introduite en utilisant la transformée de Laplace classique :

$$s\hat{y} = K\hat{y} + \hat{u} + y(0)$$

Afin d'éliminer la condition initiale  $y(0)$  dont la mesure peut être corrompue par des bruits, on dérive les deux membres de cette équation par  $\frac{d}{ds}$ , ce qui correspond dans le temps temporel à une multiplication par  $-t$  :

$$\hat{y} + s\frac{d\hat{y}}{ds} = K\frac{d\hat{y}}{ds} + \frac{d\hat{u}}{ds} \quad (4)$$

<sup>9</sup>Dans nos travaux antérieurs et aussi à partir des travaux de Lozano (Iordanova 2006), (Lozano et al. 2005) ces paramètres ont été approximés par des expressions issus principalement des relations empiriques et des observations.

Ceci conduit à une identification linéaire de  $K$  ((Fliess & Sira-Ramirez 2003, Fliess & Sira-Ramirez 2007)) :

$$K = \frac{\hat{y} + s\frac{d\hat{y}}{ds} - \frac{d\hat{u}}{ds}}{\frac{d\hat{y}}{ds}}$$

Afin d'éliminer les dérivées dans le temps, i.e., éviter les multiplications dans l'équation (4) par  $s$ , on multiplie les deux membres de l'équation ci-dessus, par  $s^{-N}$ , où  $N$  est suffisamment grand<sup>10</sup>. Ces intégrales itérées sont des exemples classiques de *filtres passe-bas*, qui permettent d'atténuer les bruits, considérés comme des phénomènes de hautes fluctuations.

Précisons que cette atténuation des bruits n'est basée sur aucun outil probabiliste ou statistique. Par ailleurs, il serait très difficile dans plusieurs situations concrètes, dans le domaine de la commande du trafic par exemple, de déterminer avec précision les propriétés statistiques de ces bruits (Fliess 2006).

**Remarque 2:** Une excellente estimation de  $K$  à l'aide d'intégrales itérées, peut être obtenue sur une très petite fenêtre de temps ((Fliess et al. 2004)), (Fliess & Sira-Ramirez 2003), (Fliess & Sira-Ramirez 2007), (Fliess et al. 2008)). On parle ainsi de technique d'estimation paramétrique rapide ou en ligne.

#### 3.2. Estimation paramétrique des éléments Bond Graph

Reprenons, la première équation du système (1) en remplaçant  $e_5$  par  $\frac{\lambda}{\mu}\rho$ :

$$\dot{q}_e = -\frac{R}{I}q_e - \frac{\lambda}{\mu I}\rho + \frac{1}{I}e_1 \quad (5)$$

Le débit d'entrée  $q_e$  ainsi que la densité  $\rho$  sont des variables mesurables<sup>11</sup>.  $e_1$  est une variable de commande qui dépend de la distance inter-véhiculaire, supposée donc connue.

Posons,  $\theta_1 = \frac{R}{I}$  et  $\theta_2 = \frac{\lambda}{I}$ , pour l'estimation de  $R$  et  $I$  qui sont linéairement identifiables. L'équation (5) s'écrit dans le domaine opérationnel :

$$sq_e(s) - q_e(0) = -\theta_1 q_e - \frac{\lambda}{\mu}\theta_2 \rho + \theta_2 e_1 \quad (6)$$

Multiplions les deux membres de l'équation (6) par  $\Pi = \frac{1}{s^2} \frac{d^2}{ds^2}$ . On obtient ainsi les expressions suivantes où, seules les intégrales itérées apparaissent afin de

<sup>10</sup>Rappelons que les puissances de  $s$  négatives correspondent, dans le domaine temporel à des intégrales itératives ((Van der Pool & Bremmer 1955, Yosida 1984)).

<sup>11</sup>Dans la pratique, on mesure le taux  $TO$  d'occupation au lieu de la densité, sachant que  $\rho = \frac{TO}{l_e + \lambda}$ , avec  $l_e$ , la longueur de la boucle magnétique.

garantir une bonne atténuation des bruits :

$$\begin{pmatrix} s^{-1} \frac{dq_e(s)}{ds} + s^{-2} q_e(s) \\ s^{-1} \frac{d^2 q_e(s)}{ds^2} + 2s^{-2} \frac{dq_e(s)}{ds} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -s^{-2} \frac{dq_e(s)}{ds} & (-s^{-2} \frac{\lambda}{\mu} \frac{d\rho(s)}{ds} + s^{-2} \frac{de_1(s)}{ds}) \\ -s^{-2} \frac{d^2 q_e(s)}{ds^2} & (-s^{-2} \frac{\lambda}{\mu} \frac{d^2 \rho(s)}{ds^2} + s^{-2} \frac{d^2 e_1(s)}{ds^2}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{pmatrix}$$

Dans le domaine temporel, on obtient l'estimation suivante des paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$  :

$$\begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \int^{(2)} t q_e(t) dt & \frac{\lambda}{\mu} \int^{(2)} t \rho(t) dt - \int^{(2)} t e_1(t) dt \\ -\int^{(2)} t^2 q_e(t) dt & -\frac{\lambda}{\mu} \int^{(2)} t^2 \rho(t) dt + \int^{(2)} t^2 e_1(t) dt \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -\int^{(1)} t q_e(t) dt + \int^{(2)} q_e(t) dt \\ \int^{(1)} t^2 q_e(t) dt - 2 \int^{(2)} t q_e(t) dt \end{pmatrix}$$

Précisons que :

$$\int_0^{(\nu)} = \int_0^t \int_0^{\tau_{\nu-1}} \dots \int_0^{\tau_1}$$

représente une intégrale itérée. Dans notre cas,  $\nu = 2$ .

L'estimation de ces deux paramètres  $\theta_1 = \frac{R}{I}$  et  $\theta_2 = \frac{1}{I}$  est réalisée dans une fenêtre de temps  $[0, T]$ , nécessaire pour obtenir un calcul fiable. Cette fenêtre de temps, très petite permet une estimation paramétrique en temps-réel.

Notons enfin que l'on peut ré-initialiser les estimateurs afin d'adapter le modèle aux différents changements des paramètres.

#### 4. SIMULATIONS NUMÉRIQUES

On considère pour les simulations numériques, l'exemple du tronçon autoroutier simple de la (Figure. 4). On suppose que la longueur  $L = 1000m$ . En utilisant le diagramme fondamental de May (May 1990) :

$$q = \rho v_f e^{-\frac{1}{\alpha} (\frac{\rho}{\rho_c})^\alpha}$$

définissons la vitesse libre  $v_f = 110km/h$ , la densité critique  $\rho_c = 37veh/km$ . On obtient ainsi une capacité  $q_m = 2228.3veh/h$ . La longueur moyenne d'un véhicule est  $\lambda = 3.5m$  et le nombre de voies est  $\mu = 1$ . La densité maximale est fixée à  $\rho_m = 180veh/km$ ,  $e_1$  est supposé constant<sup>12</sup>. Les résultats sont comparés à ceux obtenus par (Lozano et al. 2005) et dans lesquels

<sup>12</sup>Nos travaux antérieurs (Abouaissa et al. 2006) ont proposés un algorithme basé sur la platitude différentielle, utilisant  $e_1$  comme variable de commande pour réguler le débit  $q_e$  à l'entrée de la voie principale.

$R$  et  $I$  sont donnés par les expressions suivantes à partir des observations :

$$R = \frac{1}{\mu^2} \left( \frac{A}{v_{max}} + Bv + D\rho \right)$$

Avec  $A = lv$

$lv$ : étant la distance entre véhicules.  $v_{max}$  représente la vitesse maximale désirée par le conducteur.

$$B = 0.00321 - 0.05867/v_{max}$$

$$D = 16.2054 - 67.54785/v_{max};$$

$$I = \frac{\rho_m L}{\mu}, \rho_m \text{ est la densité du flux d'entrée.}$$

Les résultats des simulations (Figure 6), sans bruit additif, confirment les hypothèses de la modélisation proposée. On remarque en effet, que l'évolution du trafic modélisé par BG coïncide avec le diagramme fondamental.

Les figures (Figure 7) démontrent que de bonnes estimations, en absence de bruit, sont obtenues sur une très petite fenêtre de temps d'intégration. On constate néanmoins une divergence due à la variation de  $R$ . En revanche on tend rapidement vers la bonne valeur.

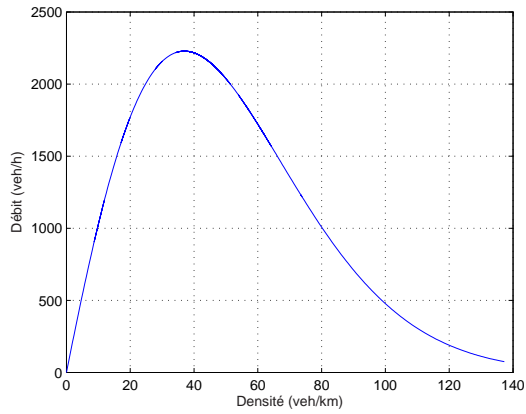
Les figures (Figure 8), montrent qu'en présence de bruit additif à l'entrée  $q_e$  (Figure 6.c), l'estimation des paramètres  $\theta_1 = \frac{R}{I}$  et  $\theta_2 = \frac{1}{I}$  nécessite une fenêtre d'intégration relativement plus grande pour converger vers les bonnes valeurs.

**Remarque 3 :** Le filtrage de  $q_e$  permet d'améliorer les performances des estimations.

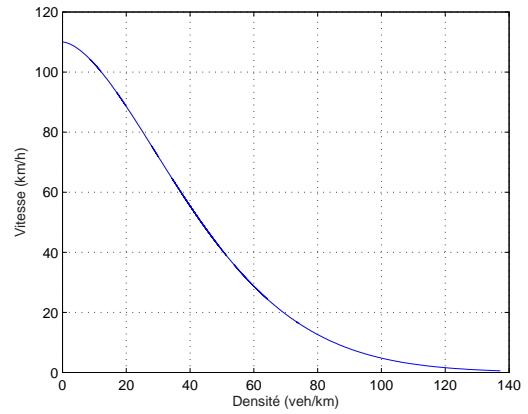
#### 5. CONCLUSION

L'approche BG permet d'apporter un nouveau regard à l'aspect modélisation macroscopique du trafic. En effet, l'utilisation d'une démarche phénoménologique et graphique permet dans le future de considérer toutes les opérations du trafic à l'aide d'un langage unifiée. Par ailleurs, afin de traiter les incertitudes et les variations paramétrique, qui ont un impact certain sur les performances des opérations telles que la commande et la surveillance, l'approche exploite la puissance des techniques algébriques pour l'estimation rapide de ces paramètres. La différence principale par rapport aux méthodes d'estimation existantes et qu'elle ne nécessite l'intégration d'aucune équation différentielle ni l'atténuation des bruits à l'aide des outils probabilistes et statistiques standards. Les valeurs estimées pour les paramètres du trafic sont obtenues à l'aide d'intégrales itérées durant une fenêtre de temps très petite. Ceci permet d'obtenir des résultats performants et faciles à implémenter en temps réels. De plus, la possibilité de

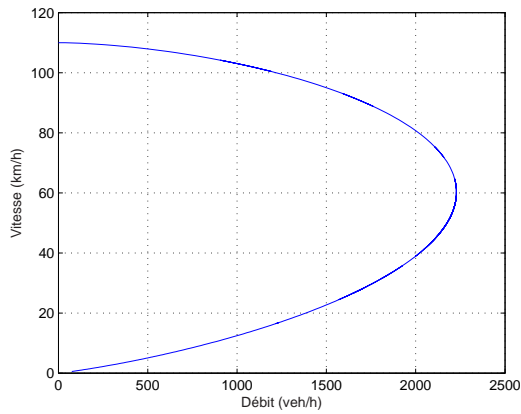




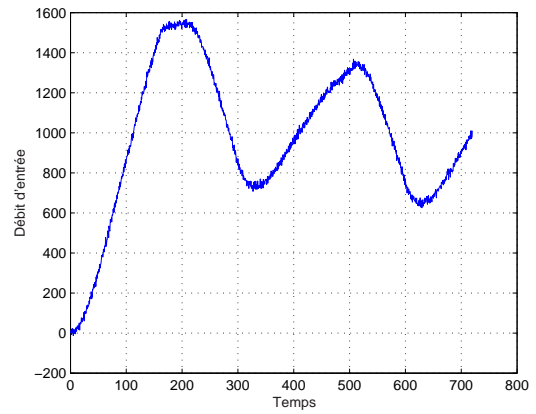
(a)  $q = f(\rho)$



(b)  $v = f(\rho)$

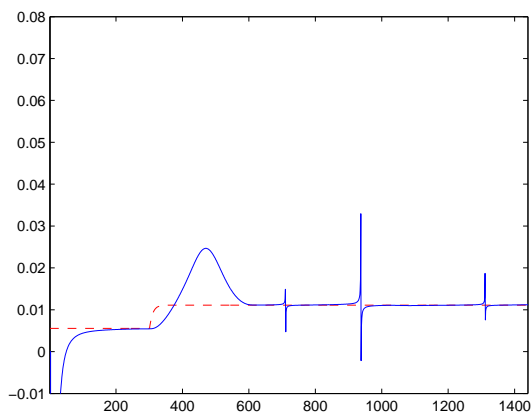


(c)  $v = f(q)$

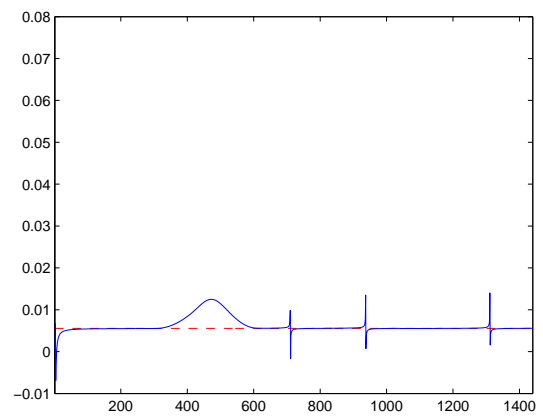


(d)  $q_e$

Figure 6: Résultats de simulation - Diagrammes fondamentaux et débit d'entrée



(a)  $[R/I]_e$ ,  $R/I$  (rouge - -)



(b)  $[1/I]_e$ ,  $1/I$  (rouge - -)

Figure 7: Estimation des paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$  sans bruit

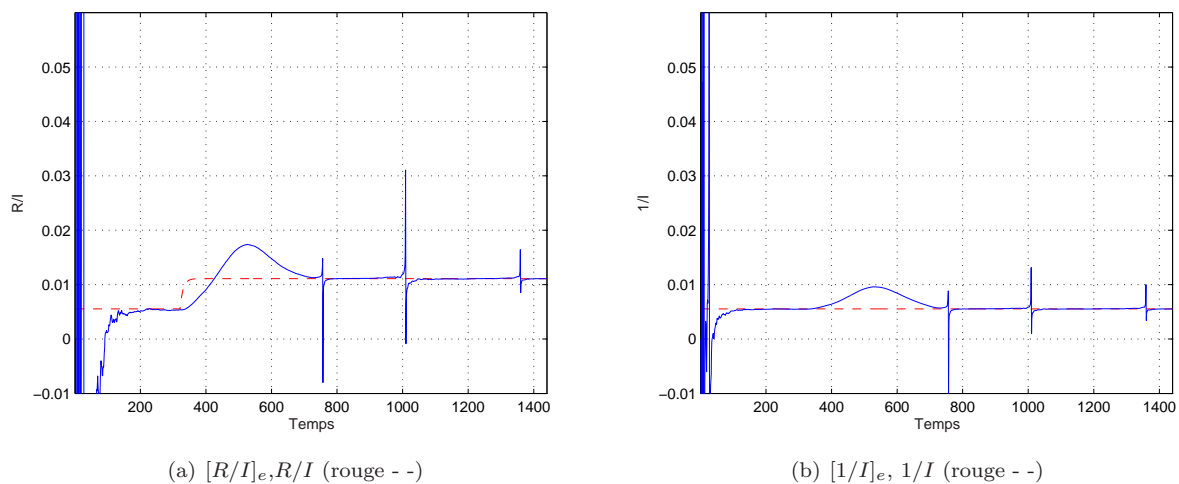


Figure 8: Estimation des paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$  avec bruit additif

ré-initialisation des estimations permet de suivre efficacement tout changement dans les conditions de circulation.

Nos travaux futurs se focalisent sur l'exploitation de cette approche pour intégrer les aspects importants de surveillance et de commande du trafic au niveau d'un réseau autoroutier.

## RÉFÉRENCES

- Abouaïssa, H., Iordanova, V. & Jolly, D. (2006). Flatness based control of traffic flow, *9th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems, Toronto, Canada*, pp. 1060–1065.
- Abouaïssa, H. & Jolly, D. (2003). Modélisation du trafic par bond graphs, *Technical report*, LGI2A - Université d'Artois.
- Ben Akiva, M. E. (1994). A dynamic traffic model system for atms/atis operations, *IVHS Journal* **2**: 1–19.
- Benmansour, S., A.Benabdelhafid, J.Boukachour & Boudebous, D. (2007). A new modelling approach for traffic flow using bond graphs.
- Borne, P., Dauphin-Tanguy, G., Richard, J. & Zambettakis, F. (1982). *Modélisation et identification des processus*, Vol. 3 Tome 2, Méthodes pratiques de l'ingénieurs.
- Bourrel, E. & Henn, V. (2002). Mixing micro and macro representations of traffic flow: a first theoretical step, *Proceedings of the 9th Meeting of the Euro Working Group on Transportation*, Politecnico di Bari, Italy.
- Bourrel, E. & Lesort, J. (2003). Mixing micro and macro representations of traffic flow: a hybrid model based on the lwr theory, *82th Annual Meeting of the Transportation Research Board*, Washington, D.C.
- El hmam, M., Abouaïssa, H., Jolly, D. & Benasser, A. (2006). Simulation hybride de flux de trafic basée sur les systèmes multi-agents, *MOSIM'06-6ème Conférence Francophone de Modélisation et Simulation*, Rabat - Maroc.
- Fliess, M. (2006). Analyse non standard du bruit, *C.R. Acad. Sci. Paris, ser. I* **342**.
- Fliess, M., Join, C. & Sira-Ramirez, H. (2004). Robust residual generation for linear fault diagnosis: an algebraic setting with examples, *Internat. J. Control*, **77**: 1223–1242.
- Fliess, M., Join, C. & Sira-Ramirez, H. (2008). Non-linear estimation is easy, *International Journal of Modelling, Identification and Control* **3**(5).
- Fliess, M. & Sira-Ramirez (2003). An algebraic framework for linear identification, *ESAIM Control Optimiz. Calculus Variat.*, **9**: 151–168.
- Fliess, M. & Sira-Ramirez (2007). Closed-loop parametric identification for continuous-time linear systems via new algebraic techniques, *ser. in H. Garnier and L. Wang (Eds): Continuous-Time Model Identification from Sampled Data*.
- Fliess, M. & Sira-Ramirez, H. (2004). Reconstructeurs d'état, *C.R. Acad. Sci. Paris ser.I*, **338**: 91–96.

- Helbing, D. (1995). *Qualitative Social dynamics. Stochastic Methods and Models of Social Interaction Process*, Kluwer Academic Bonston.
- Helbing, D. (1998). From microscopic to macroscopic traffic models, *A persepective Look at Nonlinear Media. From Physics Biology and Social Sciences* pp. 122–139.
- Hmam, M. S. E., Abouaïssa, H., Jolly, D. & Benasser, A. (2006). Macro-micro simulation of traffic flow, *12th IFAC Symposium on Information Control Problems in Manufacturing - INCOM'06*, Saint-Etienne, France.
- Hughes, J. (1998). Intensive traffic data collection for simulation of congested auckland motorway, *19th ARRB Transport Research Conference*.
- Iordanova, V. (2006). *Contribution à la modélisation et la commande du trafic: Approches par Bond-Graph et commande par platitude*, PhD thesis, Université d'Artois,, LGI2A, Béthune, France.
- Iordanova, V., Abouaïssa, H. & Jolly, D. (2005). Approche volumique pour la modélisation macroscopique du trafic, *Revue "Modèles de Trafic"*.
- Iordanova, V., Abouaïssa, H. & Jolly, D. (2006a). Approche par bond-graphs pour la modélisation macroscopique du flux de trafic, *IEEE Sponsored workshop - Logistiques et Transports*.
- Iordanova, V., Abouaïssa, H. & Jolly, D. (2006b). Bond-graphs traffic flow modeling and feedback control, *12th IFAC Symposium on Information Control Problems in Manufacturing INCOM'06*.
- Karnopp, D. & Rosenberg, R. (1991). *Systems dynamics: a unified approach*, 2 edn.
- Lighthill, M. J. & Whitham, G. B. (1955). On kinematic waves ii. a theory of traffic flow in long crowded roads, *Proceedings of the Royal Society A* **229**: 317–345.
- Lozano, J. A., Delso, E., Maroto, J., Cabanellas, J. ., Félez, J. & Vera, C. (2005). Traffic modelling by applying the bond-graph technique, *International Conference on Bond-Graphs Modelling*.
- M. Fliess, C. Join, M. M. & Sira-Ramírez, H. (2004). Compression différentielle de transitoires, *C.R. Acad. Sci. Paris, ser. I* **339**: 821–826.
- May, A. D. (1990). Traffic flow fundamentals, *Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall*.
- Nagel, K. (1996). Particle hopping models and traffic flow theory, *Physical Review E* **53**: 4655–4672.
- Nagel, K. & Schreckenberg, M. (1992). A cellular automaton model for freeway traffic, *Journal of Physics I*(2): 2221–2229.
- Papageorgiou, M. (1998). Some remarks on macroscopic traffic flow modelling, *Transportation Research* **32**(5): 323–329.
- Papageorgiou, M., Hadj-Salem, H. & Blosseville, J.-M. (1991). Alinea: A local feedback control law for on-ramp metering, *Transp. Res. Record* **1320**.
- Papageorgiou, M. & Kotsialos, A. (2000). Freeway ramp metering: An overview, *IEEE Intelligent Transportation Systems Conference*.
- Payne, H. J. (1971). Models of traffic and control, *Simulation Council Proceeding - Mathematical Models of Public System* **1**, **Ch. 6**: 51–61.
- Paynter, H. (1961). Analysis and design of engineering systems, MIT Press.
- Rascle, M. (2002). An improved macroscopic model of traffic flow: Derivation and links with lighthill-whitham model, *Mathematical and Computer Modelling* (35): 581–590.
- Richards, P. (1956). Shock waves on the highway, *Operations Research* **4**: 42–51.
- Thoma, U. J. (1992). Simulation realistic (engineering), *Encyclopaedia of Physical Science and Technology* **15**: 219–239.
- Van der Pool, B. & Bremmer, H. (1955). Operational calculus based on the two-sided laplace integral., *2nd ed.*, Cambridge University Press, .
- Yosida, K. (1984). *Operational Calculus*, Springer.
- Zhang, H. (2002). A non-equilibrium traffic model devoid of gas-like behaviour, *Transportation Research Part B* **36** n°3: 275–290.